

Trigonometry Function Identities

Quotient Identities

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

Reciprocal Identities

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta} \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

Pythagorean Identities

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

Even/Odd Identities

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \quad \cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta \quad \cot(-\theta) = -\cot\theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc\theta \quad \sec(-\theta) = \sec\theta$$

Cofunction Identities

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta \quad \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ radians} = 90^\circ$$

Sum/Difference Identities

$$\sin(\theta \pm \phi) = \sin\theta \cos\phi \pm \cos\theta \sin\phi$$

$$\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta \cos\phi \mp \sin\theta \sin\phi$$

$$\tan(\theta \pm \phi) = \frac{\tan\theta \pm \tan\phi}{1 \mp \tan\theta \tan\phi}$$

Double Angle Identities

$$\sin(2\theta) = 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos(2\theta) = 2 \cos^2\theta - 1$$

$$\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2\theta$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

Half Angle Identities

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$$

$$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$

$$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{1 + \cos(2\theta)}$$

Sum to Product of Two Angles

$$\sin\theta + \sin\phi = 2 \sin\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\sin\theta - \sin\phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\cos\theta + \cos\phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\cos\theta - \cos\phi = -2 \sin\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

Product to Sum of Two Angles

$$\sin\theta \sin\phi = \frac{[\cos(\theta - \phi) - \cos(\theta + \phi)]}{2}$$

$$\cos\theta \cos\phi = \frac{[\cos(\theta - \phi) + \cos(\theta + \phi)]}{2}$$

$$\sin\theta \cos\phi = \frac{[\sin(\theta + \phi) + \sin(\theta - \phi)]}{2}$$

$$\cos\theta \sin\phi = \frac{[\sin(\theta + \phi) - \sin(\theta - \phi)]}{2}$$

Trigonometric Identities

Quotient Identities

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

Reciprocal Identities

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

Pythagorean Identities

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

Sum Identities Addition Formulas

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

Difference Identities Subtraction Formulas

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Double Angle Formulas

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

Co-function Identities

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc \theta$$

Even-Odd Identities

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

Half-Angle Formulas

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

Sum-to-Product Formulas

$$\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Product-to-Sum Formulas

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

Trigonometry Function Identities

Quotient Identities

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

Reciprocal Identities

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta} \quad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

Pythagorean Identities

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

Even/Odd Identities

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \quad \cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta \quad \cot(-\theta) = -\cot\theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc\theta \quad \sec(-\theta) = \sec\theta$$

Cofunction Identities

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec\theta \quad \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc\theta$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ radians} = 90^\circ$$

Sum/Difference Identities

$$\sin(\theta \pm \phi) = \sin\theta \cos\phi \pm \cos\theta \sin\phi$$

$$\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta \cos\phi \mp \sin\theta \sin\phi$$

$$\cos(\theta \pm \phi) = \frac{\tan\theta \pm \tan\phi}{1 \mp \tan\theta \tan\phi}$$

Double Angle Identities

$$\sin(2\theta) = 2 \sin\theta \cos\theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$

$$\cos(2\theta) = 2 \cos^2\theta - 1$$

$$\cos(2\theta) = 1 - 2 \sin^2\theta$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2 \tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

Half Angle Identities

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$$

$$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$$

$$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{1 + \cos(2\theta)}$$

Sum to Product of Two Angles

$$\sin\theta + \sin\phi = 2 \sin\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\sin\theta - \sin\phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\cos\theta + \cos\phi = 2 \cos\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

$$\cos\theta - \cos\phi = -2 \sin\left(\frac{\theta + \phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta - \phi}{2}\right)$$

Product to Sum of Two Angles

$$\sin\theta \sin\phi = \frac{[\cos(\theta - \phi) - \cos(\theta + \phi)]}{2}$$

$$\cos\theta \cos\phi = \frac{[\cos(\theta - \phi) + \cos(\theta + \phi)]}{2}$$

$$\sin\theta \cos\phi = \frac{[\sin(\theta + \phi) + \sin(\theta - \phi)]}{2}$$

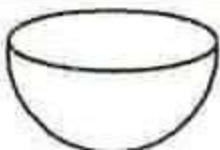
$$\cos\theta \sin\phi = \frac{[\sin(\theta + \phi) - \sin(\theta - \phi)]}{2}$$

13. यदि संदूक बिना ढक्कन का हो, तो—
- बाहरी लंबाई = भीतरी चौड़ाई + $2 \times$ मोटाई
 - बाहरी चौड़ाई = भीतरी चौड़ाई + $2 \times$ मोटाई
 - बाहरी ऊँचाई = भीतरी ऊँचाई + मोटाई
14. बंद संदूक को लकड़ी या धातु का आयतन
= बाहरी आयतन - भीतरी आयतन
15. घनाभ या घन की प्रत्येक भुजा (किनारा) को k गुणित कर दिया जाए, तो
- पृष्ठ क्षेत्रफल k^2 गुणित हो जाता है।
 - आयतन k^3 गुणित हो जाता है।

39. गोला (Sphere) :-

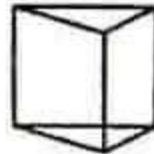
- गोले का आयतन $= \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3$
 - गोले की त्रिज्या $= \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} \times \text{गोले का आयतन}}$
 - गोले का व्यास $= \sqrt[3]{\frac{6 \times \text{गोले का आयतन}}{\pi}}$
 - गोलाकार छिलके का आयतन $= \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$
 - गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ $= 4\pi r^2$
 - गोले की त्रिज्या $= \sqrt{\frac{\text{सम्पूर्ण पृष्ठ}}{4\pi}}$
 - गोले का व्यास $= \sqrt{\frac{\text{सम्पूर्ण पृष्ठ}}{\pi}}$
 - गोलाकार छिलके का आयतन $= \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$
 - गोले की त्रिज्या k गुणित होने पर
- पृष्ठ क्षेत्रफल k^2 गुना हो जाता है।
 - आयतन k^3 गुना हो जाता है।

40. अर्द्धगोला (Semisphere) :-



- अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठ $= 2\pi r^2$
- अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ
= अर्द्ध गोले का वक्र पृष्ठ + अर्ध गोले का तल का पृष्ठ
 $= 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$
- अर्द्धगोले का आयतन $= \frac{2}{3} \pi r^3$

41. प्रिज्म (Prism) :-



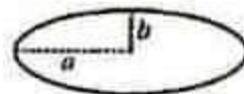
- लंब प्रिज्म का पृष्ठीय क्षेत्र = आधार का परिमाण \times ऊँचाई
- लंब प्रिज्म का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र $= 2$ (एक सिरे का क्षेत्रफल + पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल)
- लंब प्रिज्म का आयतन = आधार का क्षेत्रफल \times ऊँचाई

42. पिरामिड (Pyramid) :-



- लंब पिरामिड का पृष्ठीय क्षेत्र
 $= \frac{1}{2}$ (आधार का परिमाण) \times तिरछी ऊँचाई
- लंब पिरामिड का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्र
= आधार का क्षेत्रफल + पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल
- लंब पिरामिड का आयतन
 $= \frac{1}{3} \times$ (आधार का क्षेत्रफल) \times ऊँचाई

43. ELLIPSE :-

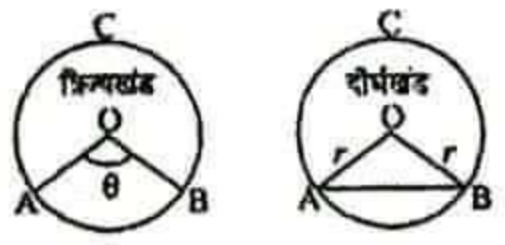


a = अर्द्धवृहत् अक्ष (Semi major axis)
b = अर्द्धलघु अक्ष (Semi minor axis)
परिधि (Circumference)

$$= \pi [3(a+b) - \sqrt{(a+3b)(b+3a)}]$$

9. वृत्त की त्रिज्या = $\frac{\text{वृत्त की परिधि}}{2\pi}$
10. यदि वृत्त की त्रिज्या k गुणित कर दी जाए, तो
(i) परिधि k गुनी और (ii) क्षेत्रफल k^2 गुना हो जाएगा।
37. त्रिज्याखंड एवं वृत्तखंड (Sector and Segment) :-

1. त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$
2. वृत्तखंड का क्षेत्रफल = $r^2 \left[\frac{\pi \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} \sin \theta \right]$



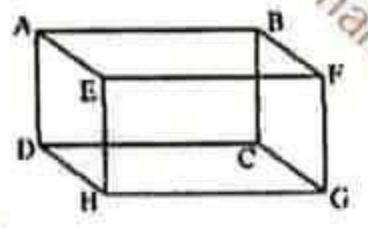
3. वृत्तखंड की परिमिति = $l + \frac{\pi r \theta}{180^\circ}$
जहाँ, जीवा की लम्बाई l हो।
4. त्रिज्याखंड का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} (\text{चाप की लंबाई}) \times \text{त्रिज्या}$
5. चाप की लंबाई (l) = $\frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$
6. त्रिज्याखंड की परिमाण = $\frac{\theta}{360^\circ} \cdot 2\pi r + 2r = l + 2r$



7. वृत्तखंड (छायादार भाग) का क्षेत्रफल
= $\left[\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta \right]$
8. वृत्तखंड (छायादार भाग) परिमाण
= $\left[\frac{\theta}{360^\circ} 2\pi r + 2r \sin \frac{\theta}{2} \right]$

38. घनाभ (Cuboid) :-

घनाभ के फलक का आकार = आयताकार
घनाभ में 6 सतह या फलक होते हैं।
घनाभ में 12 किनारे होते हैं।
घनाभ में 8 शीर्ष होते हैं।

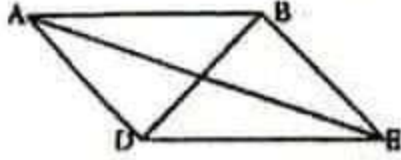


1. घनाभ का आयतन = ल^० × चौ^० × ऊँ^०
2. घनाभ का ल^० = $\frac{\text{आयतन}}{\text{चौ^० × ऊँ^०}}$
3. घनाभ की चौ^० = $\frac{\text{आयतन}}{\text{ल^० × ऊँ^०}}$
4. घनाभ की ऊँ^० = $\frac{\text{आयतन}}{\text{ल^० × चौ^०}}$
5. घनाभ के सभी पृष्ठों का क्षेत्रफल
= $2 (\text{ल^० × चौ^० + चौ^० × ऊँ^० + ऊँ^० × ल^०)$
6. घनाभ का विकर्ण = $\sqrt{(\text{ल^०)^2 + (\text{चौ^०)^2 + (\text{ऊँ^०)^2}}$
7. खुल बक्से के सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल
= ल^० × चौ^० + 2 (चौ^० × ऊँ^० + ऊँ^० × ल^०)
8. कमरे के चारों दीवारों का क्षेत्रफल
= 2 × ऊँचाई × (लम्बाई + चौड़ाई)
9. किसी कमरे में लगाने वाली अधिकतम लम्बाई को छड़ = $\sqrt{(\text{ल^०)^2 + (\text{चौ^०)^2 + (\text{ऊँ^०)^2}}$

10. यदि संदूक ढक्कनदार हो, तो—
(i) भीतरी लंबाई = बाहरी लंबाई - 2 × मोटाई
(ii) भीतरी चौड़ाई = बाहरी चौड़ाई - 2 × मोटाई
(iii) भीतरी ऊँचाई = बाहरी ऊँचाई - 2 × मोटाई
11. यदि संदूक बिना ढक्कन का हो, तो—
(i) भीतरी लंबाई = बाहरी लंबाई - 2 × मोटाई
(ii) भीतरी चौड़ाई = बाहरी चौड़ाई - 2 × मोटाई
(iii) भीतरी ऊँचाई = बाहरी ऊँचाई - मोटाई
12. यदि संदूक ढक्कनदार हो, तो—
(i) बाहरी लंबाई = भीतरी लंबाई + 2 × मोटाई
(ii) बाहरी चौड़ाई = भीतरी चौड़ाई + 2 × मोटाई
(iii) बाहरी ऊँचाई = भीतरी ऊँचाई + 2 × मोटाई

4. समचतुर्भुज (RHOMBUS) का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{विकर्णों का गुणनफल}$$
5. समचतुर्भुज की परिमिति = $4 \times$ एक भुजा
6. किसी चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (\text{एक विकर्ण}) \times$
 (संगत सम्मुख शीर्ष लंबों का योगफल)



$AB = \parallel CD, AD = \parallel BC,$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$
 AC एवं $BD =$ विकर्ण

7. समचतुर्भुज की एक भुजा

$$= \sqrt{\left(\frac{\text{विकर्ण}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\text{विकर्ण}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(\text{विकर्ण})^2 + (\text{विकर्ण})^2}$$

8. समचतुर्भुज का एक विकर्ण

$$= \sqrt{\text{भुजा}^2 - \left(\frac{\text{दूसरा विकर्ण}}{2}\right)^2}$$

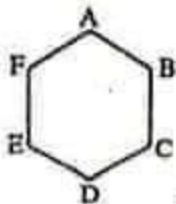
9. किसी चतुर्भुज की प्रत्येक भुजा को x गुणित करने पर—

(i) परिमिति k गुणित हो जाती है।

(ii) क्षेत्रफल k^2 गुणित हो जाता है।

10. एक ही ऊँचाई और एक ही आधार पर बने त्रिभुज और समांतर चतुर्भुज में त्रिभुज का क्षेत्रफल समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल आधा होता है।

35. बहुभुज (Polygon) :-



1. षष्टभुज का क्षेत्रफल = $6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$
2. षष्टभुज की परिमिति = $6 \times$ भुजा

3. n भुजा के बहुभुज के अन्तःकोणों का योग $2(n-2) \times 90^\circ$ के बराबर होता है।

4. बहुभुज का क्षेत्रफल

$$= n \times (\text{एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल})$$

5. बहुभुज की परिमिति = $n \times$ भुजा

6. समषष्टभुज की परिमिति - परिवृत्त की त्रिज्या

7. n भुजा वाले बहुभुजाकार क्षेत्र को n समान समद्विबाहु त्रिभुजों में बाँटा जा सकता है, जिसमें प्रत्येक शीर्षकोण

$$= \frac{360^\circ}{n}$$
 होगा।

8. n भुजा वाले सम बहुभुज का प्रत्येक कोण

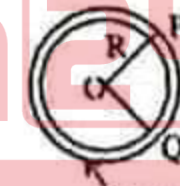
$$= \frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ$$

36. वृत्त और अर्धवृत्त (Circle and Semicircle) :-

चुड़ी वृत्ताकार होता है।



चापकर्म = PQR
 चाप, जीवा = PR
 व्यास = AB
 केन्द्र = O
 त्रिज्या = OC
 परिधि = ACBRQP



संकेंद्रीय वृत्त

1. वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 जहाँ, $r =$ त्रिज्या
2. वृत्त की परिधि = $2\pi r$

3. व्यास = त्रिज्या $\times 2$

4. त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2}$

5. अर्धवृत्त की परिमिति =

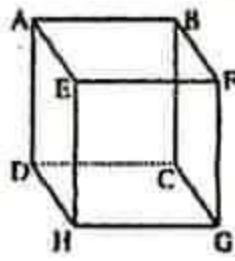
$$= (\pi + 2)r = \frac{(\pi + 2)d}{2}$$
 जहाँ, $d =$ व्यास

6. अर्धवृत्त का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{8} \pi d^2$

7. वलय का क्षेत्रफल = $\pi(R + r)(R - r)$

8. वृत्त की त्रिज्या = $\sqrt{\frac{\text{वृत्त का क्षेत्रफल}}{\pi}}$

5. घन के सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल = $6 \times (\text{एक भुजा})^2$
6. घन की प्रत्येक भुजा या किनारे को x गुणित कर दिया जाये तो आयतन x^3 गुणित तथा पृष्ठ क्षेत्रफल x^2 गुणित हो जाता है।



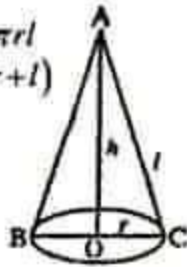
31. बेलन (Cylinder) :-



1. बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
2. बेलन के वक्रतल या वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi r h$
3. बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठों का क्षेत्रफल = $2\pi r (r + h)$
4. दोनों सतहों का क्षेत्रफल = $2\pi r^2$
5. खोखले बेलन का आयतन = $\pi h (r_1^2 - r_2^2)$
6. खोखले बेलन का वक्रपृष्ठ = $2\pi h (r_1 + r_2)$
7. खोखले बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ
= $2\pi h (r_1 + r_2) + 2\pi (r_1^2 - r_2^2)$
8. बेलन की त्रिज्या को x गुणित कर दिया जाए, तो आयतन x^3 गुणित तथा वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल x गुणित हो जाएगा।
9. बेलन की ऊँचाई को x गुणित कर दिया जाए, तो आयतन तथा वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल x गुणित हो जाएगा।
10. बेलन की त्रिज्या को x गुणित तथा ऊँचाई को y गुणित कर दिया जाए, तो आयतन $x^2 y$ गुणित तथा वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल xy गुणित हो जाएगा।

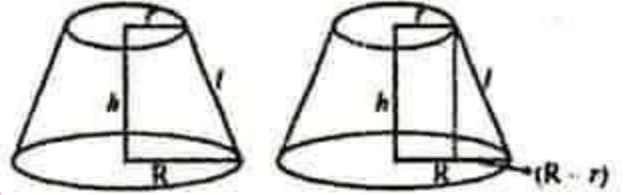
32. शंकु (Cone) :-

1. शंकु का वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $\pi r l$
2. शंकु के पृष्ठों का क्षेत्रफल = $\pi r (r + l)$
3. शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$
4. शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l)
= $\sqrt{r^2 + h^2}$
5. शंकु की ऊँचाई (h) = $\sqrt{l^2 - r^2}$
6. शंकु की त्रिज्या (r) = $\sqrt{l^2 - h^2}$



7. शंकु की त्रिज्या x गुणित होने पर आयतन x^3 गुणित होता है।
8. शंकु की ऊँचाई x गुणित होने पर आयतन x गुणित होता है।
9. शंकु की त्रिज्या x गुणित एवं ऊँचाई y गुणित होने पर आयतन $x^2 y$ गुणित होता है।

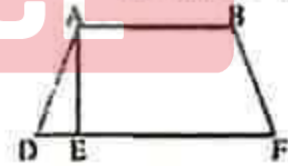
33. शंकु छिन्नक (Frustum) :-



1. तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{(R - r)^2 + h^2}$
2. शंकु के छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi l (R + r)$
3. शंकु के छिन्नक का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल
= $\pi l (R + r) + \pi (R^2 + r^2)$
4. शंकु के छिन्नक का आयतन
= $\frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$

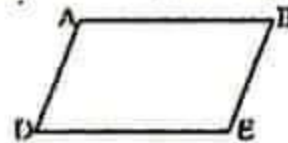
34. चतुर्भुज (Quadrilateral) :-

1. समलम्ब (TRAPEZIUM) चतुर्भुज का क्षेत्रफल
= $\frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times (\text{समांतर भुजाओं के बीच की दूरी})$



$$AB \neq CD, AD \parallel CD, AE \perp CD$$

2. समांतर (PARALLELOGRAM) चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार \times ऊँचाई
3. समांतर चतुर्भुज की परिमिति
= $2 \times (\text{आसन्न भुजाओं का योगफल})$

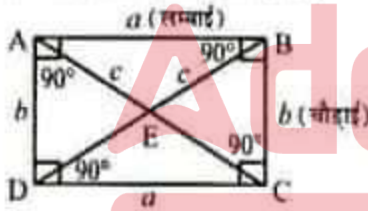


$$AB \parallel CD, AD \parallel BC \\ \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

15. किसी त्रिभुज की प्रत्येक भुजा को x गुणित करने पर परिमिति x गुणित तथा क्षेत्रफल x^2 गुणित हो जाती है।
16. किसी त्रिभुज के आधार को x गुणा तथा ऊँचाई को y गुना किया जाये, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल xy गुना हो जाएगा।
17. किसी त्रिभुज के एक ही आधार पर बने और बराबर क्षेत्रफल के त्रिभुज की ऊँचाईयाँ भी बराबर होती हैं।
18. समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है।
19. समकोण त्रिभुज में एक कोण 90° तथा दो कोण 45° , 45° के होते हैं।
20. किसी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° अर्थात् दो समकोण होता है।

28. आयत (Rectangle) :-

1. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई
2. आयत की परिमिति = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)
3. आयत का विकर्ण = $\sqrt{(\text{ल}^2) + (\text{चौ}^2)}$
4. किसी आयताकार मैदान के अन्दर से चारों ओर रास्ता बना हो, तो रास्ते का क्षेत्रफल = $2 \times$ रास्ते की चौड़ाई \times [(मैदान की लम्बाई + मैदान की चौड़ाई) - $(2 \times$ रास्ते की चौड़ाई)]



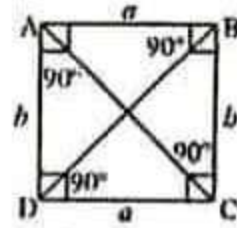
$AB = \parallel CD, AD = \parallel BC, AC = BD$ and
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

5. यदि आयताकार मैदान के बाहर चारों ओर रास्ता बना हो, तो रास्ते का क्षेत्रफल = $2 \times$ रास्ते की चौड़ाई \times [(मैदान की लम्बाई + मैदान की चौड़ाई) + $(2 \times$ रास्ते की चौड़ाई)]
6. किसी आयताकार मैदान के ठीक बीचों-बीच एक ही चौड़ाई के दो रास्ते बने हों, तो दोनों रास्तों का क्षेत्रफल = रास्ते की चौड़ाई \times (मैदान की लम्बाई + मैदान की चौड़ाई - रास्ते की चौड़ाई)
7. यदि आयत की प्रत्येक भुजा को x गुणित किया जाये, तो परिमिति x गुणित तथा क्षेत्रफल x^2 गुणित हो जाता है।

29. वर्ग (Square) :-

1. वर्ग का क्षेत्रफल = (एक भुजा) 2

$$2. \text{ वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{(\text{परिमिति})^2}{16}$$



$$3. \text{ वर्ग का क्षेत्रफल} = \frac{(\text{विकर्ण})^2}{2}$$

$$4. \text{ वर्ग की परिमिति} = 4 \times \text{एक भुजा}$$

$$5. \text{ वर्ग की परिमिति} = 4 \times \sqrt{\text{क्षेत्रफल}}$$

$$AB = BC = CD = DA$$

$$6. \text{ वर्ग की परिमिति} = \text{विकर्ण} \times 2\sqrt{2}$$

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

$$7. \text{ वर्ग की विकर्ण} = \text{भुजा} \times \sqrt{2}$$

$$AB = \parallel CD, AD = \parallel BC$$

$$8. \text{ वर्ग का विकर्ण} = \sqrt{2 \times \text{क्षेत्रफल}} \quad AC = BD$$

9. वर्गाकार क्षेत्र के बाहर चारों ओर रास्ता बना हो, तो रास्ते का क्षेत्रफल = $4 \times$ रास्ते की चौड़ाई (वर्गाकार क्षेत्र की एक भुजा + रास्ते की चौड़ाई)

10. वर्गाकार क्षेत्र के अन्दर चारों ओर रास्ता बना हो, तो रास्ते का क्षेत्रफल = $4 \times$ रास्ते की चौड़ाई (वर्गाकार क्षेत्र की एक भुजा - रास्ते की चौड़ाई)

11. वर्गाकार क्षेत्र के बीच में दो समान चौड़ाई के रास्ते हों, जो ठीक बीच में एक-दूसरे पर लम्बवत् हों, तो दोनों रास्तों का कुल क्षेत्रफल = रास्ते की चौड़ाई $(2 \times$ वर्गाकार क्षेत्र की एक भुजा - रास्ते की चौड़ाई)

12. यदि वर्ग की प्रत्येक भुजा को x गुणित किया जाये, तो परिमिति x गुणित तथा क्षेत्रफल x^2 गुणित हो जाता है।

30. घन (Cube) :-

$$1. \text{ घन का आयतन} = (\text{एक भुजा})^3$$

$$2. \text{ घन की एक भुजा} = \sqrt[3]{\text{आयतन}}$$

$$3. \text{ घन का विकर्ण} = \sqrt{3} \times \text{एक भुजा}$$

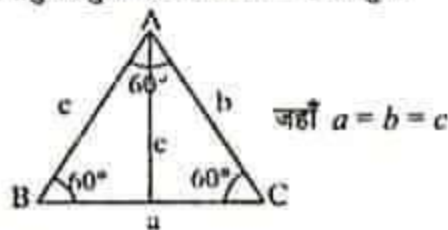
$$4. \text{ घन की एक भुजा} = \frac{\text{विकर्ण}}{\sqrt{3}}$$

26. चक्रवृद्धि ब्याज (Compound Interest) :-

- चक्रवृद्धि ब्याज = मूलधन $\left[\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}} - 1 \right]$
- मिश्रधन = मूलधन $\left(1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}}$
- दो वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज दो वर्ष के साधारण ब्याज से अधिक होगा और इन दोनों ब्याज का अंतर एक वर्ष के साधारण ब्याज का ब्याज होगा।
- (i) चक्रवृद्धि ब्याज अर्द्धवार्षिक अर्थात् ब्याज जोड़ने की अवधि छमाही होने पर वर्ष की संख्या को दुगुना और ब्याज की वार्षिक दर को आधा कर दिया जाता है।
(ii) चक्रवृद्धि ब्याज त्रैमासिक अर्थात् ब्याज जोड़ने की अवधि त्रिमाही होने पर वर्ष की संख्या को चौगुना और ब्याज की वार्षिक दर को चौथाई कर दिया जाता है।
- चक्रवृद्धि ब्याज के अन्तर्गत कोई धन n वर्षों में m गुना हो जाए, तो धन
 - $2n$ वर्षों में $2m$ गुना होगा, जबकि $m = 2$
 - $2n$ वर्षों से कम समय में $2m$ गुना होगा, जबकि $m > 2$
 - $2n$ वर्षों से अधिक समय में $2m$ गुना होगा, जबकि $m < 2$

27. त्रिभुज Δ (Triangle) :-

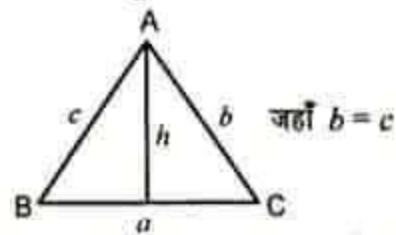
- समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{भुजा})^2$
- समबाहु त्रिभुज की परिमिति = $3 \times \text{भुजा}$



- समबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु से डाले गये लम्ब की लम्बाई = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{भुजा}$
- समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{4} a \sqrt{4b^2 - a^2}$
- समद्विबाहु त्रिभुज की परिमिति = $a + 2b$ या $a + 2c$

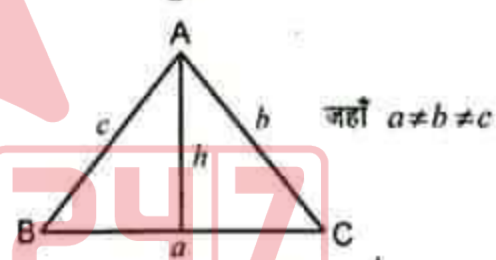
- समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिन्दु A से डाले गये लम्ब की लम्बाई = $\frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}$

$$\text{लम्बाई} = \frac{\sqrt{4b^2 - a^2}}{2}$$

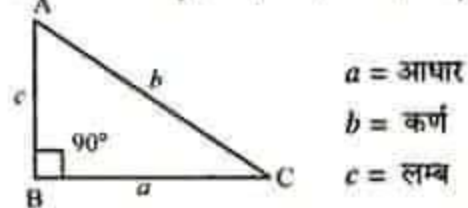


- विषमबाहु त्रिभुज की परिमिति = तीनों भुजाओं का योग = $a + b + c$
त्रिभुज का अर्धपरिमाप $S = \frac{a + b + c}{2}$
- विषमबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

$$\text{जहाँ } S = \frac{a + b + c}{2}$$



- समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{लम्ब}$
- समकोण त्रिभुज की परिमिति = लम्ब + आधार + कर्ण = $a + b + c$
- समकोण त्रिभुज का कर्ण = $\sqrt{(\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2} = \sqrt{c^2 + a^2}$



- समकोण त्रिभुज का लम्ब = $\sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{आधार})^2} = \sqrt{b^2 - a^2}$
- समकोण त्रिभुज का आधार = $\sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{लम्ब})^2} = \sqrt{b^2 - c^2}$
- समद्विबाहु समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{(\text{कर्ण})^2}{4}$

8. दो क्रमागत पदों या संख्याओं का अन्तर समान हो तो औसत = (पहली संख्या + अन्तिम संख्या) ÷ 2
9. दो समान दूरियाँ दो असमान चाल से तय की गई हों, तो औसत = $\frac{2 \times \text{पहली चाल} \times \text{दूसरी चाल}}{\text{पहली चाल} + \text{दूसरी चाल}}$
10. तीन समान दूरियाँ असमान चाल से तय की गई हों, तो औसत चाल = $\frac{3 \times \text{पहली चाल} \times \text{दूसरी चाल} \times \text{तीसरी चाल}}{\text{पहली चाल} \times \text{दूसरी चाल} + \text{दूसरी चाल} \times \text{तीसरी चाल} + \text{पहली चाल} \times \text{तीसरी चाल}}$

4. विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य - हानि
(जब विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य)
5. क्रय मूल्य = विक्रय मूल्य - लाभ
(जब विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य)
6. क्रय मूल्य = हानि + विक्रय मूल्य
(जब विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य)

7. लाभ % = $\frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

8. हानि % = $\frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$

9. विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य $\left(1 + \frac{\text{लाभ}}{100}\right)$

10. क्रय मूल्य = $\frac{\text{विक्रय मूल्य}}{\left(1 + \frac{\text{लाभ}}{100}\right)}$

11. विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य $\left(1 - \frac{\text{हानि}}{100}\right)$

12. क्रय मूल्य = $\frac{\text{विक्रय मूल्य}}{\left(1 - \frac{\text{हानि}}{100}\right)}$

23. प्रतिशत (Percentage) :-

1. साधारण भिन्न $\frac{x}{y}$ को प्रतिशत के रूप में $\frac{x \times 100}{y}$ % लिखा जायेगा।

2. एक ही प्रकार की दो राशियों x और y में से x को y के प्रतिशत रूप में $\frac{x \times 100}{y}$ % एवं y को x के रूप में $\frac{y \times 100}{x}$ % लिखा जाएगा।

3. x % को भिन्न में बदलने के लिए 100 से भाग दिया जाता है और प्रतिशत का संकेत % हटा दिया जाता है।

4. x का y % = $\frac{x \times y}{100}$

5. यदि x में a % की वृद्धि हो, तो x का बढ़ा मान = $x + \frac{x \times a}{100}$

x, y तथा a में कोई दो ज्ञात रहने पर तीसरे का मान निकाला जा सकता है।

6. यदि x में a % की कमी हो, तो x का घटा हुआ मान = $x - \frac{x \times a}{100}$

24. लाभ और हानि (Profit and Loss) :-

1. लाभ = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य
(जब विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य)
2. हानि = क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य
(जब विक्रय मूल्य < क्रय मूल्य)
3. विक्रय मूल्य = लाभ + क्रय मूल्य
(जब विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य)

25. साधारण ब्याज (Simple Interest) :-

1. ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$

2. दर = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{समय}}$

3. समय = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{मूलधन} \times \text{दर}}$

4. मूलधन = $\frac{\text{ब्याज} \times 100}{\text{समय} \times \text{दर}}$

5. मिश्रधन = मूलधन + ब्याज

6. मूलधन = $\frac{\text{मिश्रधन} \times 100}{100 + (\text{समय} \times \text{दर})}$

7. मूलधन = मिश्रधन - ब्याज

8. ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

9. मिश्रधन = $\frac{\text{मूलधन} \times (100 + \text{समय} \times \text{दर})}{100}$

19. संख्याएँ (Numbers) :-

1. लगातार प्राकृत संख्याओं के योग $= \frac{n(n+1)}{3}$

2. लगातार सम संख्याओं के योग $= \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$

3. लगातार विषम संख्याओं के योग $= \left(\frac{n}{2} + 1 \right)^2$

4. दो क्रमागत पदों का अन्तर समान हो तो योग
पदों की संख्या (पहला पद + अन्तिम पद)
 $= \frac{2}{2}$

5. लगातार प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योग
 $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

6. लगातार प्राकृत संख्याओं के घनों का योग

$$= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

7. प्रथम से n तक की सम संख्याओं का योग $= n(n+1)$

8. प्रथम से n तक की विषम संख्याओं का योग $= n^2$

9. भागफल = भाज्य ÷ भाजक (पूर्ण विभाजन में)

10. भाज्य = भागफल × भाजक (पूर्ण विभाजन में)

11. भाजक = भाज्य ÷ भागफल (पूर्ण विभाजन में)

12. भागफल = (भाज्य - शेषफल) ÷ भाजक
(अपूर्ण विभाजन में)

13. भाज्य = भागफल × भाजक + शेषफल
(अपूर्ण विभाजन में)

14. भाजक = (भाज्य - शेषफल) ÷ भागफल
(अपूर्ण विभाजन में)

20. महत्तम समापवर्तक और लघुत्तम समापवर्त्य

(H.C.F. and L.C.M.) :-

1. भिन्नों का ल.सं. (L.C.M.) = $\frac{\text{अंशों का ल.सं.}}{\text{हरों का म.सं.}}$

2. भिन्नों का म.सं. (H.C.F.) = $\frac{\text{अंशों का म.सं.}}{\text{हरों का ल.सं.}}$

3. ल.सं. × म.सं. = पहली संख्या × दूसरी संख्या

4. ल.सं. = (पहली संख्या × दूसरी संख्या) ÷ 1

5. म.सं. = (पहली संख्या × दूसरी संख्या) ÷ 1

6. पहली संख्या = (ल.सं. × म.सं.) ÷ दूसरी संख्या

7. दूसरी संख्या = (ल.सं. × म.सं.) ÷ पहली संख्या

21. अनुपात और समानुपात (Ratio and Proportion) :-

1. $x:y = \frac{x}{y}$

2. $x:z = \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} = \frac{x}{z}$

3. $A:D = \frac{A}{B} \times \frac{B}{C} \times \frac{C}{D} = \frac{A}{D}$

4. यदि $A : B :: C : D$ हो तो

(a) $AD = BC$

(b) $A = \frac{BC}{D}$

(c) $B = \frac{AD}{C}$

(d) $C = \frac{AD}{B}$

(e) $D = \frac{BC}{A}$

5. x तथा y के बीच मध्यानुपात $= \sqrt{x \cdot y}$

6. x तथा y के बीच तृतीयानुपात $= \frac{y^2}{x}$

7. x तथा y का विलोमानुपात $= \frac{1}{x} : \frac{1}{y} = y : x$

22. औसत (Average) :-

1. औसत = $\frac{\text{रशियों का योग}}{\text{रशियों की संख्या}}$

2. लगातार n तक की प्राकृत संख्याओं का औसत
 $= (n+1) \div 2$

3. लगातार n तक की पूर्ण संख्याओं का औसत $= n+2$

4. लगातार n तक की सम संख्याओं का औसत
 $= (n+2) \div 2$

5. लगातार n तक की विषम संख्याओं का औसत
 $= (n+1) \div 2$

6. लगातार n सम संख्याओं का औसत $= n+1$

7. लगातार n विषम संख्याओं का औसत $= n$

13. मात्रा की माप :-

10 मिलीग्राम = 1 सेंटीग्राम
 10 डेसीग्राम = 1 ग्राम
 10 डेकाग्राम = 1 हेक्टोग्राम
 100 किलोग्राम = 1 क्विंटल

10 सेंटीग्राम = 1 डेसीग्राम
 10 ग्राम = 1 डेकाग्राम
 10 हेक्टोग्राम = 1 किलोग्राम
 10 क्विंटल = 1 टन

14. क्षेत्रफल की माप :-

100 वर्ग मिलीमीटर = 1 वर्ग सेंटीमीटर
 100 वर्ग डेसीमीटर = 1 वर्ग मीटर
 100 वर्ग डेकामीटर = 1 वर्ग हेक्टोमीटर
 100 वर्ग किलोमीटर = 1 मिरिया मीटर

100 वर्ग सेंटीमीटर = 1 वर्ग डेसीमीटर
 100 वर्ग मीटर = 1 वर्ग डेकामीटर = 1 आर
 100 वर्ग हेक्टोमीटर = 1 वर्ग किलोमीटर

1 मीटर = 100 सेंटीमीटर

1000 मीटर = 1 किलोमीटर

15. आयतन की माप :-

1000 घन मिलीमीटर = 1 घन सेंटीमीटर
 1000 घन डेसीमीटर = 1 घन मीटर
 1000 घन डेकामीटर = 1 घन हेक्टोमीटर

1000 घन सेंटीमीटर = 1 घन डेसीमीटर
 1000 घन मीटर = 1 घन डेकामीटर
 1000 घन हेक्टोमीटर = 1 घन किलोमीटर

16. तरल पदार्थ में आयतन की माप :-

10 मिलीलीटर = 1 सेंटीलीटर
 10 डेसीलीटर = 1 लीटर
 10 डेसीलीटर = 1 हेक्टोलीटर
 1000 मिलीलीटर = 1 लीटर

10 सेंटीलीटर = 1 डेसीलीटर
 10 लीटर = 1 डेसीलीटर
 10 हेक्टोलीटर = 1 किलोलीटर

17. अंग्रेजी एवं मेट्रिक मापों में सम्बंध :-

1 इंच = 2.54 सेमी.
 1 फीट = 0.3048 मीटर
 1 मील = 1.6093 किलोमीटर
 1 डेसीमीटर = 4 इंच (लगभग)

1 सेमी. = 0.3937 इंच
 1 गज = 0.914399 मीटर

1 मीटर = 39.37 इंच = 3.2802 फीट = $1\frac{1}{11}$ गज

1 किलोमीटर = $\frac{5}{8}$ मील (लगभग)

= 0.6214 मील = 1093.6133 गज

18. समय की माप :-

60 सेकण्ड = 1 मिनट
 7 दिन = 1 सप्ताह
 365 दिन = 1 वर्ष
 12 वर्ष = 1 युग

60 मिनट = 1 घंटा
 15 दिन = 1 पक्ष
 52 सप्ताह = 1 वर्ष
 10 वर्ष = 1 दशक

24 घंटा = 1 दिन
 30 दिन = 1 महिना
 12 महिना = 1 वर्ष
 100 वर्ष = 1 शताब्दी