

शिक्षा निदेशालय, राष्ट्रीय राजधानी क्षेत्र दिल्ली  
Directorate of Education, GNCT of Delhi

अभ्यास प्रश्न पत्र (मध्यावधि) /PRACTICE PAPER (MID TERM)

(2022-23)

कक्षा – XII

Class - XII

गणित (कोड: 041)

Mathematics (Code: 041)

समय: 3 घंटे

Time: 3 hours

अधिकतम अंक: 80

Maximum Marks: 80

सामान्य निर्देश:

1. इस प्रश्न पत्र में पाँच खंड हैं - ए, बी, सी, डी तथा ई, प्रत्येक खंड अनिवार्य है। यद्यपि कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया है।
2. भाग ए में 18 प्रश्न, बहुविकल्पीय तथा 2 अभिकथन-कारण प्रश्न प्रत्येक 1 अंक का है (20 अंक)
3. भाग बी में 5 अति लघु उत्तर (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं (10 अंक)
4. भाग सी में 6 लघु उत्तर (SA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं (18 अंक)
5. भाग डी में 4 में दीर्घ उत्तर (LA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं (20 अंक)
5. भाग ई में 3 स्रोत आधारित/गद्यांश/क्षमता प्रकरण अध्ययन/एसेसमेंट की एकीकृत इकाई पर आधारित प्रश्न जिसमें प्रत्येक प्रश्न (उपभाग सहित) 4 अंक का है (12 अंक)

**General Instructions :**

1. This Question paper contains - **five sections A,B,C,D,E**. Each section is compulsory. However, there are internal choices in some questions.
2. **Section A** has 18 MCQ's and 02 Assertion-Reason based questions of 1 mark each.(20 Marks )
3. **Section B** has 5 **Very Short Answer (VSA)-type** questions of 2 marks each.(10 Marks )
4. **Section C** has 6 **Short Answer (SA)-type** questions of 3 marks each.(18 Marks )
5. **Section D** has 4 **Long Answer (LA)-type** questions of 5 marks each.(20 Marks )
6. **Section E** has 3 **Source based/Case based/passage based/integrated units of assessment** (4 marks each) with sub parts.(12 Marks )

**खंड - ए**  
**Section - A**

प्रश्न संख्या 1-18 ,बहुविकल्पीय प्रकार के प्रश्न हैं ।प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।  
Question Number 1-18 are of MCQ type question one mark each.

प्र. सं. Q. No.		अंक Marks
--------------------	--	--------------

1. संबंध  $R = \{(1,3), (4,2), (2,4), (2,3), (3,1)\}$  समुच्चय  $A = \{1,2,3,4\}$  पर कैसा संबंध है ?

[What type of relation is  $R = \{(1,3), (4,2), (2,4), (2,3), (3,1)\}$  on the set  $A = \{1,2,3,4\}$ ]

(a) स्वतुल्य (reflexive)	(b) संक्रमक (transitive)
(c) सममित (Symmetric)	(d) सममित नहीं (Not Symmetric)

1

2 मान लीजिए कि  $A = \{1,2,3,\dots,n\}$  तथा  $B = \{a,b\}$  तो A से B में आच्छादी में प्रतिचित्रों (प्रतिचित्रणों) की संख्या है।  
Let  $A = \{1,2,3,\dots,n\}$  and  $B = \{a,b\}$ . Then the number of surjections from A into B is:

(a) ${}^n C_3$	(b) $2^n - 2$
(c) $2^n - 1$	इनमें से कोई नहीं /None of these

1

3.  $\sin \left[ \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) + \cos^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right]$  बराबर है /is equal to:

(a) 1	(b) 2
(c) $\frac{1}{2}$	(d) $\frac{1}{4}$

1

4.  $[x \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = 0$ , तब x बराबर होगा /then x equals

(a) 0	(b) -2
(c) -1	(d) 2

1

5. यदि (If)  $A = \begin{vmatrix} bc & 1 & \frac{1}{a} \\ ca & 1 & \frac{1}{b} \\ ab & 1 & \frac{1}{c} \end{vmatrix} = ?$

1

	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>(a) <math>\frac{1}{abc}</math></td> <td>(b) 0</td> </tr> <tr> <td>(c) abc</td> <td>(d) <math>2(a-b)(b-c)(c-a)</math></td> </tr> </tbody> </table>	(a) $\frac{1}{abc}$	(b) 0	(c) abc	(d) $2(a-b)(b-c)(c-a)$	
(a) $\frac{1}{abc}$	(b) 0					
(c) abc	(d) $2(a-b)(b-c)(c-a)$					
6	<p>यदि/If <math>\left  \begin{matrix} x &amp; 2 \\ 18 &amp; x \end{matrix} \right  = \left  \begin{matrix} 6 &amp; 2 \\ 18 &amp; 6 \end{matrix} \right </math> तब x बराबर होगा /then x equals to:</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>(a) 6</td> <td>(b) <math>\pm 6</math></td> </tr> <tr> <td>(c) -6</td> <td>(d) 0</td> </tr> </tbody> </table>	(a) 6	(b) $\pm 6$	(c) -6	(d) 0	1
(a) 6	(b) $\pm 6$					
(c) -6	(d) 0					
7.	<p>यदि A, <math>3 \times 3</math> कोटि का एक वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि <math> A =5</math> तो <math> \text{adj } A </math> का मान है-</p> <p>If A is any square matrix of order <math>3 \times 3</math> such that <math> A =5</math>, then the value of <math> \text{adj } A </math> is :</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>(a) 5</td> <td>(b) 25</td> </tr> <tr> <td>(c) 125</td> <td>(d) 625</td> </tr> </tbody> </table>	(a) 5	(b) 25	(c) 125	(d) 625	1
(a) 5	(b) 25					
(c) 125	(d) 625					
8.	<p>If <math>f'(x) = x + \frac{1}{x}</math>, तब /then <math>f(x)</math> है /is :</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>(a) <math>x^2 + \log x  + C</math></td> <td>(b) <math>\frac{x^2}{2} + \log x  + C</math></td> </tr> <tr> <td>(c) <math>\frac{x}{2} + \log x  + C</math></td> <td>(d) <math>\frac{x}{2} - \log x  + C</math></td> </tr> </tbody> </table>	(a) $x^2 + \log x  + C$	(b) $\frac{x^2}{2} + \log x  + C$	(c) $\frac{x}{2} + \log x  + C$	(d) $\frac{x}{2} - \log x  + C$	1
(a) $x^2 + \log x  + C$	(b) $\frac{x^2}{2} + \log x  + C$					
(c) $\frac{x}{2} + \log x  + C$	(d) $\frac{x}{2} - \log x  + C$					
9	<p>यदि m तथा n क्रमशः अवकल समीकरण की कोटि व घात हैं। तब <math>m + n =</math></p> <p>If m and n respectively are the order and degree of differential equation</p> $\frac{d}{dx} \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)^4 \right] = 0 \text{ then } m+n =$ <table border="1"> <tbody> <tr> <td>(a) 1</td> <td>(b) 2</td> </tr> <tr> <td>(c) 3</td> <td>(d) 4</td> </tr> </tbody> </table>	(a) 1	(b) 2	(c) 3	(d) 4	1
(a) 1	(b) 2					
(c) 3	(d) 4					
10	<p>If <math>e^x + e^y = e^{x+y}</math>, तब/ then <math>\frac{dy}{dx}</math> होगा/is :</p> <table border="1"> <tbody> <tr> <td>(a) <math>e^{y-x}</math></td> <td>(b) <math>e^{x+y}</math></td> </tr> <tr> <td>(c) <math>-e^{y-x}</math></td> <td>(d) <math>2 e^{x-y}</math></td> </tr> </tbody> </table>	(a) $e^{y-x}$	(b) $e^{x+y}$	(c) $-e^{y-x}$	(d) $2 e^{x-y}$	1
(a) $e^{y-x}$	(b) $e^{x+y}$					
(c) $-e^{y-x}$	(d) $2 e^{x-y}$					

<p><b>11</b></p>	<p><math>\sin x \cdot \cos x</math> का अधिकतम मान है: The maximum value of <math>\sin x \cdot \cos x</math> is:</p> <table border="1" data-bbox="215 156 1396 392"> <tbody> <tr> <td data-bbox="215 156 805 280">(a) <math>\frac{1}{4}</math></td> <td data-bbox="805 156 1396 280">(b) <math>\frac{1}{2}</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="215 280 805 392">(c) <math>\sqrt{2}</math></td> <td data-bbox="805 280 1396 392">(d) <math>2\sqrt{2}</math></td> </tr> </tbody> </table>	(a) $\frac{1}{4}$	(b) $\frac{1}{2}$	(c) $\sqrt{2}$	(d) $2\sqrt{2}$	<p><b>1</b></p>
(a) $\frac{1}{4}$	(b) $\frac{1}{2}$					
(c) $\sqrt{2}$	(d) $2\sqrt{2}$					
<p><b>12</b></p>	<p><math>\int \frac{x^3}{x+1} dx</math> बराबर है/is equal to :</p> <table border="1" data-bbox="215 593 1396 884"> <tbody> <tr> <td data-bbox="215 593 805 728">(a) <math>x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log 1-x  + C</math></td> <td data-bbox="805 593 1396 728">(b) <math>x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log 1-x  + C</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="215 728 805 884">(c) <math>x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log 1+x  + C</math></td> <td data-bbox="805 728 1396 884">(d) <math>x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log 1+x  + C</math></td> </tr> </tbody> </table>	(a) $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log 1-x  + C$	(b) $x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log 1-x  + C$	(c) $x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log 1+x  + C$	(d) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log 1+x  + C$	<p><b>1</b></p>
(a) $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log 1-x  + C$	(b) $x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log 1-x  + C$					
(c) $x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \log 1+x  + C$	(d) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \log 1+x  + C$					
<p><b>13</b></p>	<p><math>\int x^2 e^{x^3} dx</math> बराबर है /equals to :</p> <table border="1" data-bbox="215 1153 1396 1400"> <tbody> <tr> <td data-bbox="215 1153 805 1276">(a) <math>\frac{1}{3} e^{x^3} + C</math></td> <td data-bbox="805 1153 1396 1276">(b) <math>\frac{1}{3} e^{x^4} + C</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="215 1276 805 1400">(c) <math>\frac{1}{2} e^{x^3} + C</math></td> <td data-bbox="805 1276 1396 1400">(d) <math>\frac{1}{2} e^{x^2} + C</math></td> </tr> </tbody> </table>	(a) $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$	(b) $\frac{1}{3} e^{x^4} + C$	(c) $\frac{1}{2} e^{x^3} + C$	(d) $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$	<p><b>1</b></p>
(a) $\frac{1}{3} e^{x^3} + C$	(b) $\frac{1}{3} e^{x^4} + C$					
(c) $\frac{1}{2} e^{x^3} + C$	(d) $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$					
<p><b>14</b></p>	<p><math>\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx</math> बराबर है/is equal to :</p> <table border="1" data-bbox="215 1691 1396 1926"> <tbody> <tr> <td data-bbox="215 1691 805 1814">(a) <math>\frac{1}{3} \log 2</math></td> <td data-bbox="805 1691 1396 1814">(b) <math>\frac{1}{2} \log 2</math></td> </tr> <tr> <td data-bbox="215 1814 805 1926">(c) <math>\log 3</math></td> <td data-bbox="805 1814 1396 1926">(d)</td> </tr> </tbody> </table>	(a) $\frac{1}{3} \log 2$	(b) $\frac{1}{2} \log 2$	(c) $\log 3$	(d)	<p><b>1</b></p>
(a) $\frac{1}{3} \log 2$	(b) $\frac{1}{2} \log 2$					
(c) $\log 3$	(d)					

16	यदि $f(x) = \begin{cases} 2x+8, & \text{if } 1 \leq x \leq 2 \\ 6x & \text{if } 2 < x \leq 4 \end{cases}$ , तब / then $\int_1^4 f(x) dx$ is :	1				
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">(a) 43</td> <td style="width: 50%;">(b) 44</td> </tr> <tr> <td>(c) 47</td> <td>(d) 46</td> </tr> </table>		(a) 43	(b) 44	(c) 47	(d) 46	
(a) 43	(b) 44					
(c) 47	(d) 46					

17	वक्र $y^2=4x$ , $y$ अक्ष तथा रेखा $y=3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा: Area of the region bounded by the curves $y^2=4x$ , $y$ axis and the line $y=3$ is :	1				
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">(a) 2</td> <td style="width: 50%;">(b) <math>\frac{9}{4}</math></td> </tr> <tr> <td>(c) <math>\frac{9}{3}</math></td> <td>(d) <math>\frac{9}{2}</math></td> </tr> </table>		(a) 2	(b) $\frac{9}{4}$	(c) $\frac{9}{3}$	(d) $\frac{9}{2}$	
(a) 2	(b) $\frac{9}{4}$					
(c) $\frac{9}{3}$	(d) $\frac{9}{2}$					

18	अवकल समीकरण $(1-y^2)\frac{dy}{dx} + yx = ay$ ( $-1 < y < 1$ ) का समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए । The integrating factor of the differential Equation $(1-y^2)\frac{dy}{dx} + yx = ay$ ( $-1 < y < 1$ ) is :	1				
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">(a) <math>\frac{1}{y^2-1}</math></td> <td style="width: 50%;">(b) <math>\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}</math></td> </tr> <tr> <td>(c) <math>\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}</math></td> <td>(d) <math>\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}</math></td> </tr> </table>		(a) $\frac{1}{y^2-1}$	(b) $\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$	(c) $\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}$	(d) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$	
(a) $\frac{1}{y^2-1}$	(b) $\frac{1}{\sqrt{y^2-1}}$					
(c) $\frac{-1}{\sqrt{1-y^2}}$	(d) $\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$					

**अभिकथन-कारण प्रश्न (ASSERTION-REASON BASED QUESTIONS)**

निम्नलिखित प्रश्नों में अभिकथन (A) के बाद कारण (R) दिया गया है। निम्नलिखित विकल्पों में से सही विकल्प का चुनाव कीजिए।

(a) A तथा R दोनों सत्य हैं और R, A की सही व्याख्या है।  
 (b) A तथा R दोनों सत्य हैं परंतु R, A की सही व्याख्या नहीं है।  
 (c) A सत्य है परंतु R असत्य है।  
 (d) A असत्य है परंतु R सत्य है।

**In the following questions, a statement of assertion (A) is followed by a statement of Reason (R). Choose the correct answer out of the following choices.**

(a) Both A and R are true and R is the correct explanation of A.  
 (b) Both A and R are true but R is not the correct explanation of A.  
 (c) A is true but R is false.  
 (d) A is false but R is true.

19	<p><b>अभिकथन/Assertion (A) :</b> <math>\sin^{-1}(\sin(\frac{2\pi}{3})) = \frac{2\pi}{3}</math></p> <p><b>कारण /Reason (R) :</b> <math>\sin^{-1}(\sin\theta) = \theta</math> if <math>q \in [(-\frac{\pi}{2}), \frac{\pi}{2}]</math></p>	1
20	<p><b>अभिकथन (A):</b> अवकल समीकरण <math>\sqrt{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}} + 5</math> की कोटि और घात क्रमशः 2 और 1 हैं।</p> <p><b>Assertion (A):</b> The order and degree of the differential equation <math>\sqrt{\frac{d^2y}{dx^2}} = \sqrt{\frac{dy}{dx}} + 5</math> are 2 and 1 respectively.</p> <p><b>कारण (R) :</b> अवकल समीकरण <math>(\frac{1}{\frac{dy}{dx}})^3 + 2y^{\frac{1}{2}} = x</math> की कोटि 1 तथा 3 है।</p> <p><b>Reason (R) :</b> The differential Equation <math>(\frac{1}{\frac{dy}{dx}})^3 + 2y^{\frac{1}{2}} = x</math> is of order 1 and 3</p>	1
<p><b>खंड बी ( Section B)</b>  <b>इस खंड में पाँच अति लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।</b>  <b>This section contains 5 Very Short Answer (VSA)-type questions of 2 marks each.</b></p>		
21	<p>दिए गए फलन <math>\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}</math> <math>x \neq 0</math> को सलतम रूप में लिखिए।</p> <p>Write the following function <math>\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}</math>, <math>x \neq 0</math> in simplest form.</p> <p style="text-align: center;"><b>अथवा /OR</b></p> <p><math>\sin^{-1}[\sin(17\frac{\pi}{8})]</math> का मान ज्ञात कीजिए।</p> <p>Evaluate <math>\sin^{-1}[\sin(17\frac{\pi}{8})]</math></p>	2
22	<p>सिद्ध कीजिए <math>3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)</math>, <math>x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]</math></p> <p>Prove that <math>3\sin^{-1}x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)</math>, <math>x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]</math></p>	2
23	<p>'a' के किस न्यूनतम मान के लिए फलन <math>f(x) = x^2 + ax + 1</math> बिन्दु (1,2) पर निरंतर वर्धमान है ?</p> <p>Find the least value of 'a' such that function f given by <math>f(x) = x^2 + ax + 1</math> is strictly increasing on (1,2)</p> <p style="text-align: center;"><b>अथवा /OR</b></p> <p>यह दिया है कि फलन <math>x^4 - 62x^2 + 9x + 9</math> <math>x=1</math> पर अपना अधिकतम मान प्राप्त करता है। अंतराल [0,2] पर a का ममान ज्ञात कीजिए।</p> <p>It is given that at <math>x=1</math> function <math>x^4 - 62x^2 + 9x + 9</math> attains maximum value on the interval [0,2] Find the value of a.</p>	2

24	<p>सिद्ध कीजिए कि <math>x + \frac{1}{x}</math> का स्थानिये उच्चतम मान उसके स्थानिये निम्नतम मान से कम है।</p> <p>Show that the local maximum value of <math>x + \frac{1}{x}</math> is less than local minimum value</p> <p style="text-align: center;"><b>अथवा /OR</b></p> <p>दर्शाइए कि सबसे बड़े आयतन वाले लंब वृत्तीय बेलन की ऊँचाई <math>h</math> और त्रिज्या <math>r</math> के एक लंब वृत्तीय शंकु में अंकित की जा सकती है, शंकु की ऊँचाई का एक तिहाई है और बेलन का सबसे बड़ा आयतन शंकु के आयतन का <math>\frac{4}{9}</math> गुना है।</p> <p>Show that height of the right circular cylinder of greatest volume which can be inscribed in a right circular cone of height <math>h</math> and radius <math>r</math> is one third of the height of the cone and greatest volume of the cylinder is <math>\frac{4}{9}</math> times the volume of the cone .</p>	2
25	<p>वक्र <math>y^2=6x</math> तथा <math>y=3x</math> के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।</p> <p>Find the area lying between the curves <math>y^2=6x</math> and <math>y=3x</math></p>	2
<p><b>खंड सी ( Section C)</b></p> <p>इस खंड में छः लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।</p> <p>This section contains <b>Six Short Answer (SA)-type</b> questions of 3 marks each.</p>		
26	<p>यदि <math>f: N \rightarrow N</math> परिभाषित है <math>f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, &amp; \text{यदि } n \text{ विषम हो} \\ \frac{n}{2}, &amp; \text{यदि } n \text{ सम हो} \end{cases}</math> सभी <math>n \in N</math> के लिए तो जाँच कीजिए कि फलन एकैकी आच्छादी है या नहीं ?</p> <p>Let <math>f: N \rightarrow N</math> be defined as <math>f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, &amp; \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2}, &amp; \text{if } n \text{ is even} \end{cases}</math> for all <math>n \in N</math></p> <p>Find whether function is bijective or not ?</p> <p style="text-align: center;"><b>अथवा /OR</b></p> <p>यदि <math>f: X \rightarrow Y</math> एक फलन हो तो, <math>R = \{(a,b): f(a)=f(b)\}</math> द्वारा दिए गए <math>X</math> पर संबंध <math>R</math> को परिभाषित कीजिए। दिखाइए कि <math>R, 'X'</math> पर एक तुल्यता संबंध है।</p> <p>Let <math>f: X \rightarrow Y</math> be a function . Define a relation <math>R</math> on <math>X</math> given by <math>R = \{(a,b): f(a)=f(b)\}</math>. Show that <math>R</math> is an equivalence relation on <math>X</math>.</p>	3
27	<p>यदि /If <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 \end{bmatrix}</math> तथा /and <math>B = \begin{bmatrix} 0 &amp; -1 \\ 1 &amp; 0 \end{bmatrix}</math>, तब सिद्ध कीजिए /Then show that <math>(A+B)(A-B) \neq A^2 - B^2</math></p>	3
28	<p><math>x^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}</math> के सापेक्ष अवलन कीजिए।</p>	3

Differentiate  $x^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}$  w.r.t  $x$

29

यदि  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$

अथवा / OR

यदि  $y = \sin^{-1} x$  तो दर्शाईए कि  $(1-x^2)\frac{d^2 y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

If  $y = \sin^{-1} x$ , then show that  $(1-x^2)\frac{d^2 y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

3

30

अवकल समीकरण  $x\frac{dy}{dx} + x\cos^2\frac{y}{x} = y$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए जब दिया हो  $x=1, y=\frac{\pi}{4}$

Find the Particular solution of differential equation  $x\frac{dy}{dx} + x\cos^2\frac{y}{x} = y$  given that when  $x=1, y=\frac{\pi}{4}$

3

31

ज्ञात कीजिए/ Find

$$\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$$

अथवा (OR)

ज्ञात कीजिए/ Find

$$\int \frac{x+2}{(2x^2+6x+5)} dx$$

3

### खंड डी / (SECTION D)

इस खंड में चार दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

This section contains **four Long Answer (LA)-type** questions of 5marks each.

32

$\begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$  तथा  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  का गुणनफल ज्ञात कीजिए, तथा दिए गए समीकरण

निकाये

$$x-y+z=4,$$

$$x-2y-2z=9 \text{ तथा}$$

$$2x+y+3z=1 \text{ को हल कीजिए।}$$

Determine the product of  $\begin{bmatrix} -4 & 4 & 4 \\ -7 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & -1 \end{bmatrix}$  and  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  then solve the system of

equations

$$x-y+z=4,$$

$$x-2y-2z=9 \text{ and}$$

$$2x+y+3z=1$$

5



अथवा /OR

यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$  तो दर्शाईए कि  $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = 0$  तब  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

If  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ , show that  $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = 0$  Hence find  $A^{-1}$

33 अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन  $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$ ,  $0 < x < \pi$  निरंतर वर्धमान व निरंतर ह्रासमान है।  
Find the interval in which  $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$ ,  $0 < x < \pi$ , is strictly increasing or strictly decreasing.

5

34 ज्ञात कीजिए /Find  $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$

5

अथवा (OR)

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x dx$

35 प्रथम चतुर्थांश में वृत्त  $x^2 + y^2 = 32$  रेखा  $y = x$  एवं  $x$  अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
Find the area of region lying in the first quadrant enclosed by  $x$  axis, the line  $y = x$  and the circle  $x^2 + y^2 = 32$

5

### खंड ई (Section E)

स्रोत आधारित / गद्यांश / क्षमता प्रकरण अध्ययन / एसेसमेंट की एकीकृत इकाई प्रश्न

Source based/Case based/passage based/integrated units of assessment Questions

36 एक जिले में 50,000 बच्चों को पोलियो की दावा पिलाई जाती है। जिस दर पर पोलियो की दावा पिलाई जाती है वह उन बच्चों की संख्या का सीधा आनुपातिक होती है जिनको यह खुराक नहीं पिलाई गई है। दूसरे सप्ताह के अंत तक आधे बच्चों को पोलियो की दावा पिलाई जा चुकी है। तीसरे सप्ताह के अंत तक कितनी बूंदों को बच्चों को दिया गया होगा इसका अनुमान अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = k(50 - y)$  को हल कर के लगाया जा सकता है जहां  $x$  सप्ताह की संख्या को दर्शाता है और  $y$  बूंदों को दिए गए बच्चों की संख्या को दर्शाता है।

4



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(i) ऊपर दिए गए समीकरण का कोटि बताइए।

(ii) अवकल समीकरण को हल करने के लिए किस विधि का उपयोग किया जा सकता है?

(अ ) प्रथक्कर्णीये चर विधि	(ब)समघातिये अवकल समीकरण विधि द्वारा
(सी )रेखिक अवकल समीकरण विधि द्वारा।	(डी )उपरोक्त सभी।

(iii)अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx}=k(50-y)$  का हल होगा :

(अ ) $\log 50-y =kx+C$	(ब) $-\log 50-y =kx+C$
(सी ) $\log 50-y =\log kx +C$	(डी ) $50-y=kx+C$

(iv)विशिष्ट हल में  $C$  का मान होगा यदि दिया है  $y(0)=0$  तथा  $k=0.49$

(अ ) $\log 50$	(ब) $\log \frac{1}{50}$
(सी ) $50$	(डी ) $-50$

(v)निम्नलिखित में से किस समाधान का उप्रयोग उन बच्चों की संख्या ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है जिनको बूँदें दी गई हैं ।

(अ ) $y=50-e^{kx}$	(ब) $y=50-e^{-kx}$
(सी ) $y=50(1-e^{-kx})$	(डी ) $y=50(e^{-kx}-1)$

Polio drops are delivered to 50k children in a district . The rate at which polio drops are given is directly proportional to the number of children who have not been administered drops . By the end of second week half the children have been given the polio drops . How many will have been given the drops by the end of 3<sup>rd</sup> week can be estimated using the solution to the differential equation  $\frac{dy}{dx}=k(50-y)$  where x denotes the number of weeks and y the number of children who have been given the drops .



Based on the above information answer any four questions :

(I) State the order of the given differential equation.

(ii) Which method of solving differential equation can be used to solve  $\frac{dy}{dx}=k(50-y)$  ?

(a) Variable separable method .	(b) Solving Homogeneous differential equation
(c) Solving linear differential equations	((d) All of the above .

(iii) The Solution of differential equation  $\frac{dy}{dx}=k(50-y)$  is given by :

(a ) $\log  50-y =kx+C$	(b) $-\log  50-y =kx+C$
(c ) $\log  50-y =\log  kx +C$	(d ) $50-y=kx+C$

(iv) The value of C in particular solution given that  $y(0)=0$  and  $k=0.49$  is :

(a) $\log 50$	(b) $\log \frac{1}{50}$
(c) 50	(d) -50

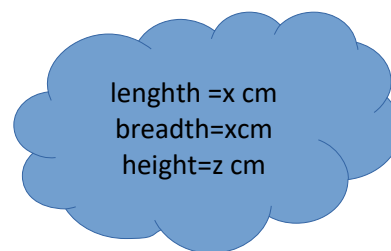
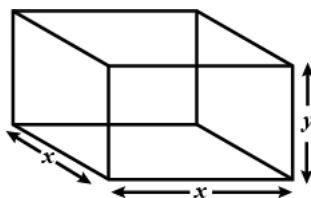
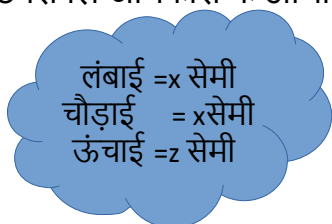
(v) Which of the following solution may be used to find the number of children who have been given the Polio drops ?

(a) $y=50-e^{kx}$	(b) $y=50-e^{-kx}$
(c) $y=50(1-e^{-kx})$	(d) $y=50(e^{-kx}-1)$

37

अनुजा राज्य स्तरीय विज्ञान प्रदर्शनी के लिए प्रोजेक्ट बनाना चाहती है। इसके लिए वह एक धातु का बक्सा बनाना चाहती है जिसका बेस (आधार) एक वर्ग और ऊर्ध्वाधर पक्ष है तथा  $1024$  से  $\text{मी}^3$  पानी भर सकते हैं ऊपर और नीचे के लिए सामग्री की लागत ₹  $5$  प्रति से  $\text{मी}^2$  और पक्षों के लिए ₹  $2.5$  प्रति से  $\text{मी}^2$  है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए।



Anuja wants to make a project for State level Science Exhibition. For this she wants to make metal box with Square base and verticle sides to contain of  $1024 \text{cm}^3$  water material for top and bottom costs ₹  $5 \text{ per cm}^2$  and material for slides costs ₹  $2.5 \text{ per cm}^2$

Based on the above information answer the following:

(i)  $x$  और  $y$  के बीच का संबंध क्या होगा ?

What will be relation between  $x$  and  $y$ ?

(a) $xy^2=1024$	(b) $x^2+4xy=1024$
(c) $x^2y=1024$	(d) $2x^2+4xy=1024$

(ii) बक्से के निर्माण के लिए उपयोग की जाने वाली सामग्री की लागत(C) क्या होगी ?

What will be the total cost (C) of the material used to construct the box ?

(a) $C=5x^2+20xy$	(b) $C=x^2+4xy$
(c) $C=10x^2+10xy$	(d) $C=x^2+10xy$

(iii)  $x$  के संदर्भ में बक्से की कुल लागत (C) क्या होगी?

What will be the total cost (C) of the box in terms of  $x$ ?

(a) $C=5x^2+\frac{1024}{x}$	(b) $C=10x^2+\frac{10240}{x}$
(c) $C=x^2+10240x$	(d) $C=20x^2+\frac{10240}{x}$

(iv) लागत को काम करने के लिए बक्से के आयाम क्या होने चाहियें ?

4

What should be dimensions of the box to minimise the cost ?

(a ) $x=16, y=18$	(b) $x=8, y=16$
(c) $x=8, y=8$	(d) $x=8, y=4$

(v) बक्से की कम से कम लागत क्या है?

What is the least cost of the box ?

(a ) ₹ 1620	(b) ₹ 1024
(c) ₹ 1920	(d) ₹ 1780

38

दो किसान राम नारायण और गुरबच्चन सिंह केवल तीन प्रकार के चावल जैसे बासमती , परमल, तथा नऊरा की खेती करते हैं । दोनों किसानों द्वारा सितंबर तथा अक्टूबर माह में इस प्रकार के चावल की बिक्री (रुपयों में )को निम्नलिखित A तथा B आव्यूहों में व्यक्त किया गया है :

**सितंबर माह की बिक्री (रुपयों में )**

**बासमती परमल नऊरा**

$$A = \begin{bmatrix} 10000 & 20000 & 30000 \\ 50000 & 30000 & 10000 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{राम नारायण} \\ \text{गुरबच्च नसिंह} \end{array}$$

**अक्टूबर माह की बिक्री (रुपयों में )**

**बासमती परमल नऊरा**

$$B = \begin{bmatrix} 50000 & 10000 & 60000 \\ 20000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{राम नारायण} \\ \text{गुरबच्च नसिंह} \end{array}$$

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

(i) प्रत्येक किसान की प्रत्येक प्रकार के चावल की सितंबर तथा अक्टूबर की सम्मिलित बिक्री ज्ञात कीजिए ।

(ii) यदि दोनों किसानों को कुल बिक्री पर 2% लाभ मिलता है तो अक्टूबर में प्रत्येक के चावल की बिक्री पर प्रत्येक किसान का बिक्री पर लाभ ज्ञात कीजिए।

2+2



Two farmers Ram Narayan and Gurbacchan Singh cultivate only three variety of rice namely Basmati, Parmal and Naura . The sale in Rupees of three variety of rice by both of the Farmers in the month of September and October are given by given by the following matrices A and B .

**September sale( in Rupees)**

**Basmati Parmal Naura**

$$A = \begin{bmatrix} 10000 & 20000 & 30000 \\ 50000 & 30000 & 10000 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Ram Narayan} \\ \text{Gurbacchan Singh} \end{array}$$

**October sale( in Rupees)**

**Basmati Parmal Naura**

$$B = \begin{bmatrix} 50000 & 10000 & 60000 \\ 20000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Ram Narayan} \\ \text{Gurbacchan Singh} \end{array}$$

On the basis of above information answer the following questions:

- (i) Find the combined sale in September & October for each farmer in each variety .
- (ii) If both farmers receive 2% profit on gross sale . Compute the profit for each farmer for each variety sold in October.