Q.N.MATH(NS)/24(09)-549 Q.P. Sl. No. 095750

MATHEMATICS
(New Syllabus)
2024

Total Time : 3 Hours 15 minutes] [Total Marks : 80

✪ পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে । বর্ণাশুদ্ধি, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে । উপান্তে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে ।

ভাষান্তর/Versions	পৃষ্ঠা থেকে/From Page	পৃষ্ঠা পর্যন্ত /To Page
বাংলা/Bengali	3	12
ইংরাজী/English	13	23

- এই প্রশ্নপুস্তিকার ২ নং পৃষ্ঠায় প্রদত্ত ইংরাজী নির্দেশাবলি পড়ো।
- **READ THE INSTRUCTIONS IN ENGLISH AT PAGE NO. 2 OF THIS QUESTION BOOKLET.**

বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলির (MCQ) উত্তর, উত্তরপত্রে প্রদত্ত নির্দিষ্ট ছাপানো TABLE-এ লিখতে হবে। এই প্রশ্ন পুস্তিকায় সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (SAQ) নেই। তাই উত্তরপত্রে সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলির (SAQ) উত্তর দেওয়ার স্থানে পরীক্ষার্থীরা যেন কিছু না লেখে।

(বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলি)

1. বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে থেকে সঠিক উত্তরটি বেছে নিয়ে লেখো : $1 \times 10 = 10$

(i) 5 টি পদযুক্ত একটি সেটে সম্বন্ধের সংখ্যা

(a) 5 (b) 25

(c) 2^5 (d) 2^{25}

(ii) $\sin^{-1}\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$–এর মুখ্য মান হবে

(a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{5\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

(iii) A একটি তৃতীয় ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্স হলে $|kA|$–এর মান হবে (k একটি ধ্রুবক)

(a) $k|A|$ (b) $k^2|A|$

(c) $k^3|A|$ (d) $3k|A|$

(iv) $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t = x + \int_1^x tf(t)\mathrm{d}t$ হলে, $f(x)$–এর মান হবে

(a) $1+x$ (b) $1-x$

(c) $\frac{1}{1+x}$ (d) $\frac{1}{1-x}$

(v) $\int_0^\pi |\cos x|\,\mathrm{d}x$ –এর মান হবে

(a) 0 (b) $\frac{1}{2}$

(c) 1 (d) 2

(vi) অবকল সমীকরণ $u = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \frac{c}{\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}}$ –এর ক্রম ও ঘাত হবে

(a) 1, 2 (b) 2, 2

(c) 1, 1 (d) 2, 1

(vii) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{y}{x}$ হলে $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$ –এর মান হবে

(a) 0 (b) $\frac{y^2}{x^2}$

(c) $\frac{y}{x^2}$ (d) $\frac{1}{x}$

(viii) $5-(x-1)^2$ –এর সর্বাধিক মান হবে

(a) 5 (b) 4

(c) 6 (d) 3

(ix) $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ দুটি ভেক্টর যেখানে $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$ এবং $\vec{a}.\vec{b}=\sqrt{6}$; $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ –এর মধ্যবর্তী কোণ হবে

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{4}$

(x) $2P(A)=P(B)=\frac{6}{13}$ এবং $P(A/B)=\frac{1}{3}$ হলে, $P(A\cup B)$–এর মান হবে

(a) $\frac{5}{13}$ (b) $\frac{9}{13}$

(c) $\frac{7}{13}$ (d) $\frac{6}{13}$

(দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি)

2. (a) যে–কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2\times 1=2$

(i) $g(x)=2x^2+1$ এবং $f(x)=3x$ হলে,
$f\{g(x)\}-g\{f(x)\}$–এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $0<x<1$ হলে দেখাও যে, $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\frac{\pi}{2}$.

(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $2A^T + B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$ এবং $2B^T + A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ হলে, ম্যাট্রিক্স A –এর মান নির্ণয় করো।

(ii) $\begin{vmatrix} -5 & 5 & 10 \\ 5 & -5 & x \\ 0 & 10 & 5 \end{vmatrix} = 0$ হলে, x –এর মান নির্ণয় করো।

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 3 = 6$

(i) $f(x) = -f(-x)$ হলে, দেখাও যে $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$.

(ii) $f'(a)$–এর সসীম মান থাকলে দেখাও যে, $f(x)$, $x = a$–তে সন্তত হবে।

(iii) যদি $x = t$, $y = t^2$ হয়, $\frac{d^2y}{dx^2}$ নির্ণয় করো।

(iv) x-অক্ষ, $y = 4x$ এবং $x = 4$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (কলন বিদ্যার প্রয়োগে)

(v) কলন বিদ্যার প্রয়োগে $3\sin x + 4$ –এর সর্বাধিক মান নির্ণয় করো। $(0 < x < \pi)$

(vi) Rolle's–এর উপপাদ্যটি লেখো।

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ হলে যে সামান্তরিকের দুটি সংলগ্ন বাহু হল $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ ভেক্টর, তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(ii) দুটি সরলরেখার দিক অনুপাতগুলি হল 2, 1, – 2 এবং 3, – 4, 5, তাদের মধ্যবর্তী সুক্ষ্মকোণ নির্ণয় করো।

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

(i) A ও B দুটি স্বাধীন ঘটনা হলে প্রমাণ করো $P(A \cup B) = 1 - P(A^C).P(B^C)$.

(ii) একটি দ্বিপদ বিভাজনের মধ্যক 4 এবং সমক পার্থক্য 3 বিবৃতিটি সত্য হতে না পারার কারণ কি ?

3. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) মনে করো $A = R - \{3\}$ এবং $B = R - \{1\}$। প্রমাণ করো $f : A \to B$ অপেক্ষক যা $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ দ্বারা সংজ্ঞাত একটি এঁকৈকী উপরিচিত্রণ। (f হলো বাইজেক্টিভ)

(ii) $\cos^{-1}x + \cos^{-1}y + \cos^{-1}z = \pi$ হলে দেখাও যে $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$.

(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 2 = 8$

(i) $A + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ হলে, $(A + I_3)(A - I_3)$-এর মান নির্ণয় করো।

অথবা

$3A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ হলে দেখাও যে A একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স। A^{-1} নির্ণয় করো।

(ii) প্রমাণ করো $\begin{vmatrix} 2a & a-b-c & 2a \\ 2b & 2b & b-c-a \\ c-a-b & 2c & 2c \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$.

অথবা

$a \neq p$, $b \neq q$, $c \neq r$ এবং $\begin{vmatrix} p & b & c \\ a & q & c \\ a & b & r \end{vmatrix} = 0$ হলে,

$\frac{p}{p-a} + \frac{q}{q-b} + \frac{r}{r-c}$ -এর মান নির্ণয় করো।

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : $4 \times 3 = 12$

(i) $f(x) = 2 - x$ যখন $x \leq 0$

$= 2 + 2x$ যখন $x > 0$.

হলে দেখাও যে $f(x)$, $x = 0$-তে সন্তত কিন্তু $f'(0)$-এর অস্তিত্ব নেই।

অথবা

$y = \log\left(\tan\frac{x}{2}\right)$ হলে দেখাও যে, $\sin x \frac{d^2y}{dx^2} + \cos x \frac{dy}{dx} = 0$.

(ii) মান নির্ণয় করো $\int \sin(\log x)dx$.

অথবা

$\int (\sqrt{\cot x} - \sqrt{\tan x})\,dx$ –এর মান নির্ণয় করো।

(iii) সমাধান করো $(x+2y^3)\dfrac{dy}{dx} = y$,

দেওয়া আছে $x = 1$, যখন $y = -1$.

অথবা

সমাধান করো $x\,dx + y\,dy + \dfrac{x\,dy - y\,dx}{x^2+y^2} = 0$,

দেওয়া আছে $y = 1$, যখন $x = 1$.

(d) যে–কোনো **একটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ ভেক্টর তিনটি এমন যে $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ এবং $\vec{c}$ পরস্পর লম্ব। λ–এর মান নির্ণয় করো।

(ii) দেখাও যে $(\vec{a}+\vec{b}).\{(\vec{b}+\vec{c})\times(\vec{c}+\vec{a})\} = 2\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})$.

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) দেখাও যে $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$.

(ii) মান নির্ণয় করো $\lim_{n \to \infty} \left[\frac{1^2}{n^3+1^3} + \frac{2^2}{n^3+2^3} + \ldots + \frac{1}{2n} \right]$.

(f) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $4 \times 1 = 4$

(i) কোনো সমসম্ভব পরীক্ষা যখন 5 বার পুনরাবৃত্ত হয়, তখন একটি দ্বিপদ বিভাজনের মধ্যক ও ভেদমানের সমষ্টি 1·8 হলে দ্বিপদ বিভাজনটি নির্ণয় করো।

(ii) A চাইছে B-কে আঘাত করতে কিন্তু B ও C দুজনেই A-কে আঘাত করতে চাইছে। A, B, C-এর আঘাত করার সম্ভাবনা যথাক্রমে $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$। যদি A আঘাত প্রাপ্ত হয় এবং আঘাতটি B করবে কিন্তু C করতে পারবে না তার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

4. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 1 = 5$

(i) একজন অসুস্থ ব্যক্তির খাদ্যে কমপক্ষে 4000 একক ভিটামিন, 50 একক খনিজ এবং 1400 ক্যালোরি শক্তি থাকা প্রয়োজন। দুই প্রকার খাদ্য A এবং B পাওয়া যায়। প্রতি একক A খাদ্যের দাম 4 টাকা এবং B খাদ্যের দাম 3 টাকা। প্রতি একক A খাদ্যে 200 একক ভিটামিন, 1 একক খনিজ এবং 40 ক্যালোরি শক্তি আছে। প্রতি একক B খাদ্যে 100 একক ভিটামিন, 2 একক খনিজ এবং 40 ক্যালোরি শক্তি আছে। এই সমস্যাটির জন্য একটি রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি গঠন করো যাতে খাবারের খরচ সবথেকে কম হয়।

(ii) লেখচিত্রের সাহায্যে রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটির সমাধান করো এবং অভিষ্ট অপেক্ষক Z-এর চরম মান নির্ণয় করো । **(ছক কাগজের প্রয়োজন নেই)**

$$Z = 4x + 3y$$

শর্ত সাপেক্ষে $x + y \le 50$

$$x + 2y \le 80$$

$$2x + y \ge 20$$

এবং $x \ge 0$, $y \ge 0$

(b) যে–কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 2 = 10$

(i) কলন বিদ্যার সাহায্যে $y = mx + c$, $x^2 + y^2 = a^2$–এর স্পর্শক হওয়ার শর্ত নির্ণয় করো। অতঃপর দেখাও যে $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের বাইরে অবস্থিত একটি বিন্দু থেকে বৃত্তের উপর দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা সম্ভব।

(ii) সমাধান করো $(x^2 + y^2)\mathrm{d}x - 2xy\,\mathrm{d}y = 0$ । প্রদত্ত $y = 0$, হবে যখন $x = 1$.

(iii) কলন বিদ্যার সাহায্যে (0, 0) থেকে $3x + 4y + 5 = 0$ –এর উপর লম্ব দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(iv) সীমার যোগফল আকারে প্রকাশ করে $\int_0^2 (3x^2 + 2x)\mathrm{d}x$ –এর মান নির্ণয় করো।

(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $5 \times 1 = 5$

(i) (1, 2, 3) বিন্দুগামী যে সরলরেখা $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ এবং $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{5}$ -এর উপর লম্ব তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

(ii) (−1, −1, 2) বিন্দুগামী এবং $3x + 2y - 3z = 1$ এবং $5x - 4y + z = 5$ সমতল দু'টের উপর লম্ব সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।