Reg. No. : ....

Name : ....

SAY-227

SAY/IMPROVEMENT EXAMINATION – 2021

Part – III

Time : 2 Hours

MATHEMATICS (SCIENCE)

Cool-off time : 20 Minutes

Maximum : 60 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 20 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 20 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer the following questions from 1 to 29 up to a maximum Score of 60.

PART – A

Answer questions from 1 to 10. Each carries 3 scores. **(10 × 3 = 30)**

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$, then show that $|2A| = 4|A|$. **(3)**

2. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then show that $A.(\text{adj } A) = |A|\, I$ **(3)**

3. Show that the function defined by $y = \cos(x^2)$ is a continuous function. **(3)**

4. Find the interval at which $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$ is increasing or decreasing. **(3)**

5. Find the projection of the vector $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$. **(3)**

6. (i) Find the vector equation of the plane

   $3x + 4y - z + 5 = 0$ **(1)**

   (ii) Find the equation of the plane passing through the points (1, 2, 3), (0, 0, –5) and (2, –1, – 4). **(2)**

7. Find the value of $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$. **(3)**

8. Verify Rolle's theorem for the function

   $f(x) = x^2 + 4x - 3$, in the interval [–5, 1]. **(3)**

9. Show that

   $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$. **(3)**

10. Solve the differential equation,

    $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x}$. **(3)**

1 മുതൽ 29 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക. പരമാവധി ലഭിക്കുക 60 സ്കോർ ആയിരിക്കും.

PART – A

1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 3 സ്കോർ വിതം. **$(10 \times 3 = 30)$**

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $|2A| = 4|A|$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $A\,(\text{adj } A) = |A|\, I$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

3. $y = \cos(x^2)$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

4. $f(x) = 10 - 6x - 2x^2$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഇംക്രീസിംഗോ ഡിക്രീസിംഗോ ആയ ഇന്റർവൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

5. $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിലേയ്ക്കുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

6. (i) $3x + 4y - z + 5 = 0$ എന്ന തലത്തിന്റെ (plane) വെക്ടർ ഇക്വേഷൻ എഴുതുക. **(1)**

   (ii) $(1, 2, 3), (0, 0, -5), (2, -1, -4)$ എന്നീ മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നു പോകുന്ന തലത്തിന്റെ (plane) ഇക്വേഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

7. $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ ന്റെ വില കാണുക. **(3)**

8. $f(x) = x^2 + 4x - 3$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ, $[-5, 1]$ എന്ന ഇന്റർവലിൽ റോൾസ് സിദ്ധാന്തം പാലിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

9. $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

10. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{x}$ എന്ന് ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. **(3)**

PART – B

Answer questions from 11 to 22. Each carries 4 scores. **(12 × 4 = 48)**

11. (i) Construct a 2 × 2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = 2i - j$ **(2)**

    (ii) Find A^2. **(2)**

12. (i) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of symmetric and skew symmetric matrices. **(2)**

    (ii) Find the values of a and b if the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 3 & a \\ b & 0 & -2 \\ 5 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ is skew symmetric. **(2)**

13. Prove that

$$\tan^{-1}\frac{2}{11} + \tan^{-1}\frac{7}{24} = \tan^{-1}\frac{1}{2}.$$ **(4)**

14. Find $\frac{dy}{dx}$

    (i) $2x + 3y = \sin x$ **(2)**

    (ii) $y = \cos\sqrt{x}$ **(2)**

15. Find all points of discontinuity of f, where f is defined by

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{if } x \leq 2 \\ 2x - 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$$ **(4)**

16. (i) Find slope of the tangent to the curve $y = x^2 + 1$ at $x = 1$. **(1)**

    (ii) Find the equation of the normal to the curve $y = x^2 + 1$ at (1, 2). **(3)**

PART – B

11 മുതൽ 22 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 4 സ്കോർ വിതം. **($12 \times 4 = 48$)**

11. (i) $a_{ij} = 2i - j$ ആക്കുന്ന തരത്തിൽ $A = [a_{ij}]$ എന്ന 2×2 മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക. **(2)**

(ii) A^2 കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

12. (i) $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂസിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(2)**

(ii) $\begin{bmatrix} 0 & 3 & a \\ b & 0 & -2 \\ 5 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ എന്നത് ഒരു സ്ക്യൂസിമട്രിക് മാട്രിക്സ് ആയാൽ a, b ഇവയുടെ വിലകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

13. $\tan^{-1}\frac{2}{11} + \tan^{-1}\frac{7}{24} = \tan^{-1}\frac{1}{2}$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(4)**

14. $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടു പിടിക്കുക

(i) $2x + 3y = \sin x$ **(2)**

(ii) $y = \cos\sqrt{x}$ **(2)**

15. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{if } x \le 2 \\ 2x - 3, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ കണ്ടിന്യുവസ് അല്ലാത്ത പോയിന്റ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

16. (i) $y = x^2 + 1$ എന്ന വക്രത്തിന്റെ $x = 1$ ലുള്ള തൊടുവരയുടെ (Tangent) ചരിവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) $y = x^2 + 1$ എന്ന വക്രത്തിന്റെ (1, 2) എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള നോർമലിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

17. Consider the vectors

$\bar{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\bar{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$

(i) Find $\bar{a} \times \bar{b}$. **(2)**

(ii) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are $\bar{a}$ and $\bar{b}$. **(1)**

(iii) Find a vector perpendicular to both $\bar{a}$ and $\bar{b}$. **(1)**

18. Find the shortest distance between the skew lines

$\bar{r} = \left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right) + \lambda\left(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}\right)$ and

$\bar{r} = \left(4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}\right) + \mu\left(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}\right)$. **(4)**

19. (i) The degree of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2y = 0 \text{ is}$$

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) Not defined **(1)**

(ii) Find the general solution of the differential equation

$\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \, dy = 0$. **(3)**

20. (i) If E and F are two events with $P(E) = \frac{3}{5}$, $P(F) = \frac{1}{3}$ and $P(E \cap F) = \frac{1}{5}$. Are E and F independent ? **(1)**

17. $\bar{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}, \bar{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ എന്നി വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $\bar{a} \times \bar{b}$ കണ്ടുപിടിക്കുക **(2)**

(ii) $\bar{a}$ യും $\bar{b}$ യും അടുത്തടുത്ത വശങ്ങളായി വരുന്ന സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(iii) $\bar{a}$ യ്ക്കും $\bar{b}$ യ്ക്കും ലംബമായ വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

18. $\bar{r} = \left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right) + \lambda\left(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}\right)$

$\bar{r} = \left(4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}\right) + \mu\left(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}\right)$

എന്നീ സ്ക്യൂ വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും ചെറിയ അകലം കാണുക. **(4)**

19. (i) $\frac{d^2y}{dx^2} + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി ആണ്.

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) ഡിഫൈൻഡ് അല്ല **(1)**

(ii) $\sec^2 x \cdot \tan y\, dx + \sec^2 y \cdot \tan x\, dy = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതുപരിഹാരം കാണുക. **(3)**

20. (i) $P(E) = \frac{3}{5}, P(F) = \frac{1}{3}, P(E \cap F) = \frac{1}{5}$ ഉം ആയരണ്ട് ഇവന്റുകൾ ആണ് E യും F ഉം. എങ്കിൽ E യും F ഉം ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ആണോ ? **(1)**

(ii) Let A and B be independent events with P(A) = 0.3 and P(B) = 0.4. Find

(a) $P(A \cap B)$ **(1)**

(b) $P(A/B)$ **(1)**

(c) $P(A \cup B)$ **(1)**

21. Consider a binary operation * on the set A = {1, 2, 3, 4} given by the following table.

*	1	2	3	4
1	1	1	3	2
2	1	2	3	4
3	3	3	3	2
4	2	4	2	4

(i) Compute $(2 * 3) * 4$. **(1)**

(ii) Is $*$ commutative ? **(1)**

(iii) Find the identity element of $*$. **(1)**

(iv) Find inverse of the element 3, if it exists. **(1)**

22. Find

(i) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2+1}\,dx$. **(2)**

(ii) $\displaystyle\int e^x\,[\tan x + \sec^2 x]\,dx$. **(2)**

(ii) A യും B യും രണ്ട് ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണ്. $P(A) = 0.3$ ഉം $P(B) = 0.4$ ഉം ആണ്.

(a) $P(A \cap B)$ **(1)**

(b) $P(A/B)$ **(1)**

(c) $P(A \cup B)$ **(1)**

21. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ എന്ന ഗണത്തിൽ * എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക പ്രകാരം നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു.

*	1	2	3	4
1	1	1	3	2
2	1	2	3	4
3	3	3	3	2
4	2	4	2	4

(i) $(2 * 3) * 4$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) * കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണോ ? **(1)**

(iii) * ന്റെ ഐഡന്റിറ്റി എലമെന്റ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(iv) 3 എന്ന എലമെന്റിന് ഇൻവേഴ്സ് ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

22. (i) $\int \frac{x^2}{x^2+1}\,dx.$ **(2)**

(ii) $\int e^x [\tan x + \sec^2 x]\,dx.$

ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

PART – C

Answer questions from 23 to 29. Each carries 6 scores. **(7 × 6 = 42)**

23. Solve the system of equations using Matrix Method.

$$x + 2z = 2$$

$$y + 2z = 1$$

$$4y + 9z = 3$$ **(6)**

24. (i) If $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{1/3}$, $x \in R$ then find fog (x) and gof (x). **(3)**

(ii) Consider $f : R \to R$ given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible. Find the inverse of f. **(3)**

25. (i) If $\begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ then $x =$ ______. **(1)**

(ii) If $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$x - y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

then find,

(a) x and y **(3)**

(b) $2x + y$ **(2)**

26. Solve the Linear programming problem graphically

Maximize, $z = 3x + 2y$

Subject to, $x + 2y \le 10$

$3x + y \le 15$

$x, y \ge 0$ **(6)**

PART – C

23 മുതൽ 29 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് 6 സ്കോർ വീതം. **($7 \times 6 = 42$)**

23. മാട്രിക്സ് ഉപയോഗിച്ച്

$$x + 2z = 2$$
$$y + 2z = 1$$
$$4y + 9z = 3$$

എന്ന സമവാക്യങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുക. **(6)**

24. (i) $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{1/3}$, $x \in R$, ആയാൽ fog (x), gof (x) ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 4x + 3$ പരിഗണിക്കുക. f ഇൻവേർട്ടിബിൾ ആണ് എന്ന് തെളിയിക്കുക. f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

25. (i) $\begin{bmatrix} x & 1 \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $x =$ ______. **(1)**

(ii) $x + y = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$x - y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ആയാൽ

(a) x ഉം y ഉം കണ്ടുപിടിക്കുക **(3)**

(b) $2x + y$ കണ്ടുപിടിക്കുക **(2)**

26. ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലത്തിന് ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക.

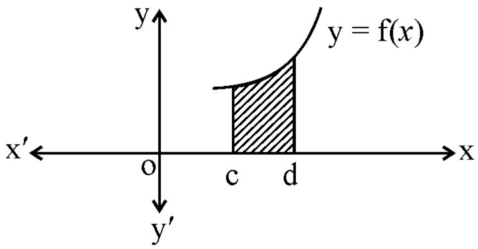
Maximize, $z = 3x + 2y$

Subject to, $x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$ **(6)**

27. (i) Area of the shaded region in the figure is equal to



(a) $\int_{c}^{d} y\,dy$

(b) $\int_{c}^{d} f(x)\,dy$

(c) $\int_{c}^{d} f(y)\,dy$

(d) $\int_{c}^{d} f(x)\,dx$ **(1)**

(ii) Find the area of the region bounded by the curve $y = x^2$, x-axis, $x = 1$ and $x = 4$. **(2)**

(iii) Find the area bounded by the curve $y = \cos x$, x-axis, between $x = 0$ and $x = \pi$. **(3)**

28. (i) Which of the following function is always increasing on R ?

(a) $\sin x$

(b) $2 \cos x$

(c) x^3

(d) x^2 **(1)**

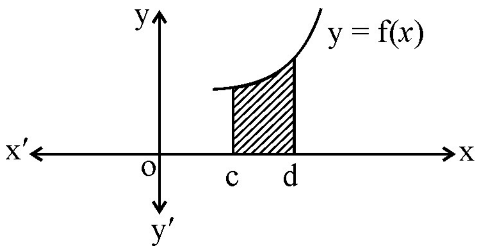
(ii) Show that the function f, given by

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x,\ x \in R.$

is always increasing on R. **(3)**

(iii) Find the minimum value of the function $f(x) = x^2 + 1,\ x \in R$. **(2)**

27. (i) ചിത്രത്തിലെ ഷേഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നതിൽ ഏതി നോടാണ് തുല്യമായിരിക്കുന്നത്.



(a) $\int_{c}^{d} y\,dy$

(b) $\int_{c}^{d} f(x)\,dy$

(c) $\int_{c}^{d} f(y)\,dy$

(d) $\int_{c}^{d} f(x)\,dx$ **(1)**

(ii) $y = x^2$ എന്ന വക്രവും, x-അക്ഷം, $x = 1$, $x = 4$ എന്നിവയും ചെർന്നുവരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. **(2)**

(iii) $x = 0$ യ്ക്കു $x = \pi$ യ്ക്കും ഇടയിൽ $y = \cos x$ എന്ന വക്രവും x-അക്ഷവും ചേർന്നു വരുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. **(3)**

28. (i) ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽ എല്ലായ്പോഴും R-ൽ ഇൻക്രീസിംഗ് ആയ ഫംഗ്ഷൻ ഏത് ?

(a) $\sin x$

(b) $2 \cos x$

(c) x^3

(d) x^2 **(1)**

(ii) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x, x \in R$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ എല്ലായ്പോഴും R-ൽ ഇൻക്രീസിംഗ് ആണെന്നു തെളിയിക്കുക. **(3)**

(iii) $f(x) = x^2 + 1, x \in R$ എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ ഏറ്റവം കുറഞ്ഞ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

29. (i) Find $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan x}} dx$. **(2)**

(ii) Find $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$. **(2)**

(iii) Evaluate $\int_{-1}^{1} 5x^4 \sqrt{x^5 + 1}\, dx$. **(2)**

---

29. (i) $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan x}} \, dx$ കാണുക **(2)**

(ii) $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} \, dx$ കാണുക **(2)**

(iii) $\int_{-1}^{1} 5x^4 \sqrt{x^5 + 1} \, dx$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**